



Autor: Ralf Kittler

# Internationale BiologieOlympiade



## Statistik | Chi<sup>2</sup>-Test

### Chi-Quadrat-Test

Bei Kreuzungsversuchen besteht die wichtigste Arbeit im Feststellen von Zahlenverhältnissen der Geno- und Phänotypen. Diese resultieren aus Wahrscheinlichkeiten der zufälligen Aufspaltungen und des Zusammenfindens von Genen in Gameten und deren ebenfalls zufallsbedingten Vereinigung zu Zygoten. Zufallsergebnisse kann man, wie der Name schon sagt, nicht exakt vorhersagen. Somit haben alle vorher gesagten Zahlenverhältnisse bei Kreuzungen nur eine gewisse, wenn auch relativ hohe Wahrscheinlichkeit, zuzutreffen. Dabei kommt in der Regel der Beobachtungswert dem Erwartungswert um so näher, je größer die Zahl der Versuche und der Nachkommen bei den Kreuzungsexperimenten ist. Trotzdem werden auch bei sehr vielen Versuchen und einer großen Anzahl von Nachkommen die beobachteten Werte mehr oder weniger von den erwarteten Werten abweichen. Diese Abweichungen werden als statistisch angesehen. Man muss deshalb einen statistischen Test durchführen, um zu entscheiden, ob die Abweichungen zu groß sind und somit im Widerspruch zur Vorhersage stehen. Da diese Vorhersage auf einer Hypothese, z.B. der Annahme eines bestimmten Erbgangs besteht, kann man also mit einem statistischen Test entscheiden, ob diese Hypothese abgelehnt werden muss.

$$\chi^2 = \sum \frac{[(\text{Wert}_{\text{beobachtet}} - \text{Wert}_{\text{erwartet}})]^2}{\text{Wert}_{\text{erwartet}}}$$

Ein gängiger Test zur Prüfung von Versuchen, bei denen man Erwartungswerte mit Beobachtungswerten vergleichen kann, ist der Chi<sup>2</sup>- (Chi-Quadrat)-Test. Bei diesem Test dient Chi<sup>2</sup> (gr.  $\chi^2$ ) als ein Maß für die Abweichung vom Erwartungswert. Chi<sup>2</sup> wird wie nebenstehend berechnet.

Dabei ergibt sich nun die Frage, wie groß eine Abweichung sein muss, um die zugrundeliegende Hypothese zu verwerfen. Eine Abweichung ist dann zu groß bzw. signifikant, wenn die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens zu gering ist. Dabei kann man sich eine einfache Regel merken: Kleine Abweichungen treten häufig auf, große Abweichungen selten. Für den vorliegenden Fall ist festgelegt, dass Abweichungen mindestens eine Wahrscheinlichkeit bzw. Häufigkeit von 5% haben müssen, um nicht signifikant zu sein. Dies nennt man auch 5%-Signifikanzniveau. Hat die Abweichung bei einem Experiment eine niedrigere Wahrscheinlichkeit als 5%, so ist diese signifikant und die Hypothese zur Vorhersage des Erwartungswertes muss abgelehnt werden. In der folgenden Tabelle sind die jeweiligen Chi<sup>2</sup>-Werte für die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten dargestellt:

### Prozentuale Wahrscheinlichkeiten für die unten angegebenen Chi<sup>2</sup>-Werte

Freiheitsgrade*	95 %	90 %	70 %	50 %	30 %	20 %	10 %	5 %	1 %
1	0,004	0,016	0,15	0,46	1,07	1,64	2,71	<b>3,84</b>	6,64
2	0,10	0,21	0,71	1,39	2,41	3,22	4,61	<b>5,99</b>	9,21
3	0,35	0,58	1,42	2,37	3,67	4,64	6,25	<b>7,82</b>	11,35
4	0,71	1,06	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	<b>9,49</b>	13,28
5	1,15	1,61	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	<b>11,07</b>	15,09

\*Freiheitsgrade: Anzahl der Klassen vermindert um 1. Wenn man bei einem Kreuzungsversuch, z.B. zwei Phänotypen erhält, hat man zwei Klassen von Erwartungswerten. Daraus ergibt sich ein Freiheitsgrad von 1.

### Beispielaufgabe zur Chi<sup>2</sup>-Berechnung

Werte	Hohe Pflanzen	Niedrige Pflanzen	Insgesamt
Wert <sub>beobachtet</sub>	357	153	510
Wert <sub>erwartet</sub>	0,75 · 510 = 382,5**	0,25 · 510 = 127,5	510
Wert <sub>beobachtet</sub> - Wert <sub>erwartet</sub>	25,5	25,5	0
Quadrat des obigen Wertes	650,25	650,25	0
Quadrat/Erwartungswert	650,25/382,5 = 1,7	650,25/127,5 = 5,1	Chi <sup>2</sup> = 1,7 + 5,1 = 6,8

Zwei hohe Pflanzen wurden miteinander gekreuzt. Aus dieser Kreuzung gingen 153 niedrige und 357 hohe Pflanzen hervor.

Hypothese: Die beiden hohen Pflanzen waren heterozygot; der Erbgang ist monohybrid, dominant-rezessiv (hoch über niedrig). Erwartet wird daher eine

3 hohe : 1 niedrige -Verteilung.

Ist diese Hypothese abzulehnen?

Freiheitsgrad: 1

Chi<sup>2</sup> (5%) = 3,84 (Die Wahrscheinlichkeit für einen Chi<sup>2</sup>-Wert von 3,84 beträgt 5%.) 6,8 > 3,84, d.h., der Beobachtungswert weicht signifikant vom Erwartungswert ab. Die Hypothese muss folglich abgelehnt werden.

\*\*Hinweis: Es gibt natürlich nicht 382,5 Pflanzen. Dennoch wird bei den Erwartungswerten mit gebrochenen Zahlen gerechnet.