

# 47. Internationale PhysikOlympiade Zürich, Schweiz 2016



## Wettbewerbsleitung

Dr. Stefan Petersen  
Tel.: 0431 / 880 - 5120  
email: [petersen@ipho.info](mailto:petersen@ipho.info)

## Sekretariat

Lulu Hoffmeister  
Tel.: 0431 / 880 - 5387  
email: [sekretariat@ipho.info](mailto:sekretariat@ipho.info)

Anschrift: IPN an der Universität Kiel  
Olshausenstraße 62  
24098 Kiel

Fax: 0431 / 880 - 3148

Webseite: [www.ipho.info](http://www.ipho.info)

## Aufgaben der 2. Runde im Auswahlwettbewerb zur 47. IPhO 2016

### Hinweise zur Bearbeitung

- Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler, die die 1. Runde erfolgreich abgeschlossen oder sich über einen anderen Wettbewerb für die 2. Runde qualifiziert haben und **nach dem 30. Juni 1996 geboren** sind.
- Die drei Aufgaben sind **ohne fremde Hilfe und in Einzelarbeit** zu lösen. Gemeinschaftslösungen sind nicht zulässig. **Beachten Sie hierzu auch die erste Seite des beigefügten Adressbogens und schicken Sie diesen ausgefüllt und unterschrieben mit!**
- Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf gesonderten Blättern und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihren Schülercode.
- Die Lösungen können handschriftlich abgegeben werden. Die Darstellung sollte logisch vollständig und nicht unnötig breit sein. Wenn Sie Formeln oder Zwischenergebnisse, die nicht im Physiklehrbuch der Schule stehen, aus anderen Quellen entnehmen, geben Sie diese bitte an.
- **Das Lösen der Probleme mit dem Computer ist, wenn nicht anders angegeben, nicht zulässig.** Sie dürfen einen Computer unterstützend (zum Beispiel zum Tippen Ihrer Bearbeitung oder zum Zeichnen) verwenden. Die Lösung muss aber ohne Computer nachvollziehbar sein.
- Der **Abgabetermin ist der 09.11.2015** (Poststempel). Bis zu diesem Datum müssen Sie Ihre **Bearbeitung unkorrigiert zu Ihrem Landesbeauftragten schicken**. Die Mitteilung, ob Sie in die nächste Runde kommen, erhalten Sie kurz vor Weihnachten. Eingeladen werden die etwa 50 Bestplatzierten. **Die 3. Runde findet vom 29.01.-04.02.2016 am DLR in Göttingen statt.**
- Die eingereichten Arbeiten werden nicht zurückgeschickt. Es wird deshalb empfohlen, für eigene Zwecke eine Kopie anzufertigen. Eine Musterlösung geht Ihnen mit der Benachrichtigung über Ihr Abschneiden in der 2. Runde zu.
- In der Regel haben selbst die Bestplatzierten nicht alle Aufgaben richtig gelöst. **Verlieren Sie also nicht den Mut** und schicken Sie Ihre Bearbeitung auch dann ein, wenn Sie nicht alle Aufgabenteile bearbeiten konnten. Wir wünschen viel Erfolg!
- Bitte schauen Sie auch auf [www.ipho.info](http://www.ipho.info) für aktuelle Hinweise bzw. Korrekturen zu den Aufgaben.

## Aufgabe 1 Beschleunigte Teilchen

**(14+16 Pkt.)**

Teilchenbeschleuniger werden in der Physik aber auch in anderen Gebieten zu vielfältigen Zwecken verwendet. Neben der Untersuchung der Struktur der Materie finden sie zum Beispiel auch in der Medizin Anwendung. In dieser Aufgabe sollen zwei Arten von Teilchenbeschleunigern untersucht werden.

### 1.1 Zyklotron

Die Idee des Zyklotrons stammt von dem amerikanischen Physiker Ernest O. Lawrence, der dafür 1939 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet wurde. Bis in die 50er Jahre des letzten Jahrhunderts war diese Art der Teilchenbeschleuniger „the most powerful atom-smasher in the world“.

Ein Zyklotron besteht aus zwei hohlen, halbkreisförmigen Elektroden in einem homogenen magnetischen Feld der Flussdichte  $B$ , das senkrecht zu den Elektroden orientiert ist. Zwischen den Elektroden befindet sich ein sehr schmaler Spalt über den eine Hochfrequenzspannung der Form

$$U(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

angelegt ist. Dabei bezeichnen  $U_0$  die Amplitude und  $\omega$  die Kreisfrequenz der Spannung. Die Zeit wird mit  $t$  bezeichnet.

Geladene Teilchen werden in die Mitte der Anordnung eingebracht. Die Frequenz der Spannung ist so eingestellt, dass die Teilchen bei jedem Durchqueren des Spaltes beschleunigt werden. Dadurch bewegen sie sich näherungsweise auf einer Spiralbahn nach außen, bis sie nach vielen Umläufen an den Rand der Anordnung gelangen, wo sie das Zyklotron verlassen (vgl. Abb. 1).

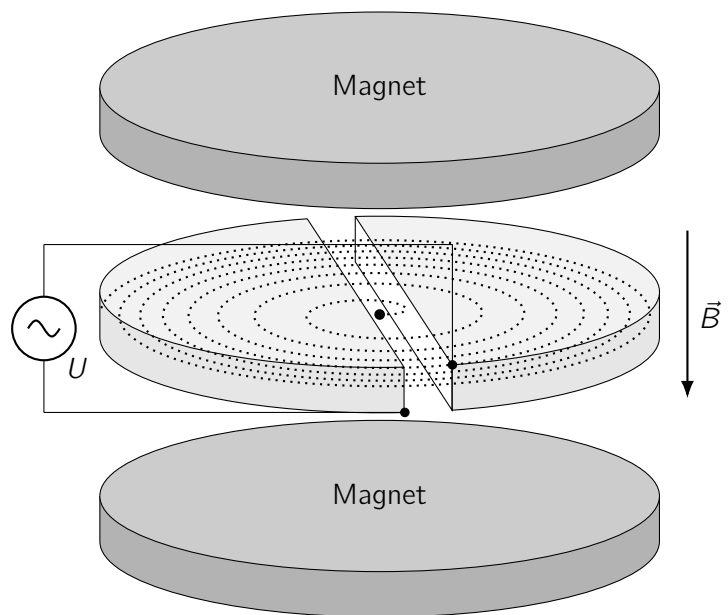


Abbildung 1: Nicht maßstabsgerechte Skizze eines Zyklotrons. Die Vakuumkammer, die die Elektroden einschließt, ist nicht mit eingezeichnet.

Betrachten Sie im Folgenden ein Zyklotron, wie es von E.O. Lawrence Ende der 30er Jahre des letzten Jahrhunderts in Berkeley entwickelt wurde. Die Elektroden des Zyklotrons besaßen einen Radius von  $R = 0,76 \text{ m}$  und die über den gesamten Zyklotronquerschnitt als konstant annehmbare magnetische Flussdichte betrug  $B = 0,71 \text{ T}$ . In dem Zyklotron wurden Protonen mit einer Ladung  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$  und einer Masse  $m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  beschleunigt. Die Amplitude der Hochfrequenzspannung betrug dabei  $U_0 = 87 \text{ kV}$ . Vernachlässigen Sie bei Ihrer Betrachtung relativistische Effekte.

- 1.a) Leiten Sie einen Ausdruck für die zum Beschleunigen der Protonen notwendige Kreisfrequenz  $\omega$  her und geben Sie den Wert der Kreisfrequenz an. (3 Pkt.)
- 1.b) Bestimmen Sie die kinetische Energie sowie die Geschwindigkeit der Protonen beim Verlassen des Zyklotrons und beurteilen Sie, inwieweit es zulässig ist, relativistische Effekte zu vernachlässigen. (3 Pkt.)
- 1.c) Berechnen Sie die Anzahl der Umläufe, die ein Proton in dem Zyklotron mindestens macht, bevor es aus diesem austritt, und ebenfalls die Zeit, die es sich dabei in dem Zyklotron aufhält. (3 Pkt.)

Wenn statt der Protonen Elektronen, die eine Masse von  $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  besitzen, beschleunigt werden, gelangt man sehr viel schneller in Bereiche, in denen relativistische Effekte eine Rolle spielen.

- 1.d) Betrachten Sie Elektronen, die auf die in Aufgabe 1.b) bestimmte kinetische Energie beschleunigt wurden und zeigen Sie, dass deren Geschwindigkeit sehr nah an der Lichtgeschwindigkeit liegt. (3 Pkt.)

Bei diesen sehr hohen Geschwindigkeiten muss die relativistische Massenzunahme der Elektronen berücksichtigt werden, die dazu führt, dass die Geschwindigkeit der Elektronen in dem Zyklotron nicht mehr in jedem Umlauf in dem Maße zunimmt, wie es erforderlich wäre, um beim nächsten Umlauf erneut beschleunigt zu werden. Eine Möglichkeit, dies zu umgehen, ist, das Magnetfeld bei fester Hochspannungsfrequenz nach außen hin stärker werden zu lassen.

- 1.e) Leiten Sie einen Ausdruck für die Abhängigkeit der dafür notwendigen magnetischen Flussdichte von dem Abstand  $r$  vom Zentrum des Zyklotrons ab. (2 Pkt.)

## 1.2 Betatron

Das Betatron ist in gewisser Weise eine Weiterentwicklung des Zyklotrons, bei dem die Beschleunigung der Teilchen nicht über eine angelegte Hochspannung, sondern durch zeitliche Variation des magnetischen Feldes erfolgt. Die Bewegung in einem solchen Feld soll im Folgenden untersucht werden.

Betrachten Sie ein Elektron, das sich in einem zylindersymmetrischen magnetischen Feld bewegt. Der Betrag  $B = |\vec{B}|$  der magnetischen Flussdichte hängt damit nur von der Zeit  $t$ , der  $z$ -Koordinate und dem Abstand  $r$  von der  $z$ -Achse, nicht aber von dem Winkel  $\theta$  ab (vgl. Abb. 2). In der Ebene mit  $z = 0$  sei das Magnetfeld in  $z$ -Richtung orientiert. In dieser Ebene bewegen sich Elektronen damit auf einer Kreisbahn. Der Radius der Kreisbahn für das betrachtete Elektron ist in der Skizze mit  $R$  bezeichnet.

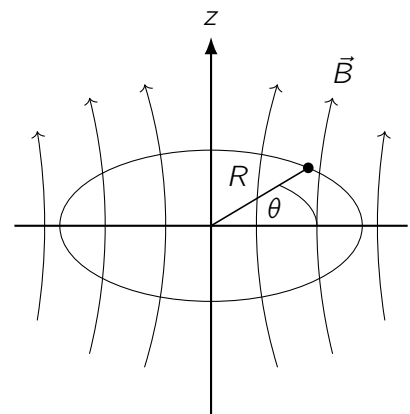


Abbildung 2: Skizze zum Verlauf der Magnetfeldlinien im Betatron mit Elektronenkreisbahn bei  $z = 0$ .

Zur Beschleunigung des Elektrons auf dieser Kreisbahn wird die magnetische Flussdichte verändert. Bezeichne mit  $\Delta\vec{B}$  die Änderung der magnetischen Flussdichte in einem kleinen Zeitraum  $\Delta t$ . Durch die zeitliche Änderung des magnetischen Feldes lässt sich das Elektron auf dieser Kreisbahn auf sehr große Energien beschleunigen. Zur Vereinfachung der Rechnungen können Sie aber auch hier nichtrelativistisch rechnen.

- 1.f) Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen der Änderung  $\Delta B$  des Betrages der magnetischen Flussdichte  $B$  auf der Kreisbahn, also bei  $z = 0$  und  $r = R$ , und der Änderung  $\Delta\Phi$  des magnetischen Flusses durch die von der Kreisbahn eingeschlossene Fläche her, die notwendig ist, damit das Elektron beim Beschleunigen auf der Kreisbahn bleibt. (5 Pkt.)

Nehmen Sie an, dass sich die  $z$ -Komponente des magnetischen Feldes in der Nähe der Kreisbahn in der Form

$$B_z(\vec{r}) = B_0 \left( \frac{R}{r} \right)^n$$

mit einer Konstanten  $n \in \mathbb{R}$  darstellen lässt. Dabei bezeichne  $B_0$  die magnetische Flussdichte auf der Kreisbahn. Die  $z$ -Komponente der Flussdichte hängt in diesem Fall also nur von dem Abstand von der  $z$ -Achse ab.

- 1.g) Bestimmen Sie, für welche Werte von  $n$  die Kreisbahn sowohl bei kleinen radialen als auch bei kleinen vertikalen Störungen stabil ist. Nehmen Sie dabei an, dass sich die Geschwindigkeit des Elektrons bei der Bahnstörung nicht ändert und die Störungen getrennt voneinander untersucht werden können. (11 Pkt.)

## Aufgabe 2 Schwimmende Scheibe

(30 Pkt.)

(Idee: Fabian Bühler)

Die Meisten haben vermutlich schon einmal einen Zierbrunnen gesehen, bei dem eine Steinkugel auf einem dünnen Wasserfilm gelagert ist. Durch das Wasserpolster lässt sich die meist tonnenschwere Kugel in einem solchen Brunnen sogar von Hand drehen.

In dieser Aufgabe sollen Sie anhand einer etwas einfacheren Anordnung untersuchen, wie es dazu kommt, dass ein Steinkörper auf einem Wasserfilm gleitet. Betrachten Sie dazu, wie in Abbildung 4 skizziert, eine zylinderförmige Granitscheibe mit einem Radius  $R$  und einer Dicke  $D$  über einer steinernen Unterlage. Von unten strömt Wasser mit einer Rate  $Q$  in den Spalt zwischen der Scheibe und der Unterlage, so dass die Scheibe auf einem Wasserfilm gelagert ist. Beschränken Sie sich auf die Betrachtung einer nicht-rotierenden Scheibe.



Abbildung 3: Kugelbrunnen in Breisach.

Die Unterlage überdeckt die Mantelfläche im Winkelbereich  $-\vartheta_{\max} \leq \vartheta \leq \vartheta_{\max}$  und ist so geformt, dass der Spalt an jeder Stelle gleich breit ist. In dem Spalt fließt das Wasser mit unterschiedlicher Strömungsgeschwindigkeit  $u$ . Längs eines in radialer Richtung verlaufenden Querschnitts hängt die Strömungsgeschwindigkeit vom Abstand  $x$  zur Mantelfläche der Scheibe ab (vgl. den rechten Teil in Abb. 4). Direkt an der Scheibe ( $x = 0$ ) und an der Unterlage ( $x = h$ ) ist die Strömungsgeschwindigkeit jeweils gleich Null. Der Spalt ist sehr schmal, die Spaltbreite  $h$  ist also sehr viel kleiner als  $R$ .

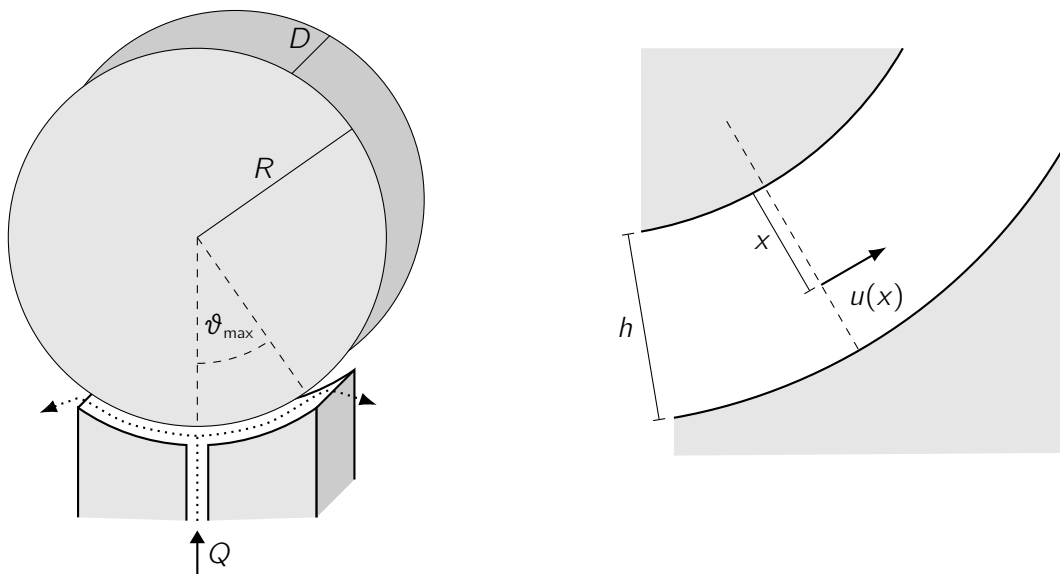


Abbildung 4: Skizze der wassergelagerten Scheibe auf der Unterlage (links) und vergrößerter Ausschnitt des wassergefüllten Spaltes (rechts). Die Spaltbreite ist zur Veranschaulichung übertrieben dargestellt.

Nehmen Sie für die folgenden Betrachtung an, dass sich das Wasser im Spalt nur tangential zur Mantelfläche bewegt, also, wie in Abbildung 4 angedeutet, weder in radiale Richtung noch entlang der Zylinderachse. Der Wasserdruck  $p$  im Spalt hängt vom Winkel  $\vartheta$  ab. Sie können aber annehmen, dass der Wasserdruck im Spalt in radialer Richtung, also bei festem Winkel  $\vartheta$ , konstant ist und dass der hydrostatische Druck des Wassers vernachlässigt werden kann.

- 2.a) Bestimmen Sie einen Ausdruck für das Geschwindigkeitsprofil  $u(x)$  im Spalt in Abhängigkeit von der Spaltbreite  $h$ , der Rate  $Q$ , mit der Wasser in den Spalt strömt, und der Dicke  $D$  der Scheibe. Skizzieren Sie die Form des Geschwindigkeitsprofils. (14 Pkt.)
- 2.b) Leiten Sie einen Ausdruck für den Wasserdruck  $p(\vartheta)$  im Spalt in Abhängigkeit von den angegebenen Größen, der dynamischen Viskosität  $\eta$  des Wassers und dem Umgebungsdruck  $p_0$  ab. (4 Pkt.)

Betrachten Sie nun im Folgenden eine Granitscheibe mit einem Radius  $R = 50$  cm und einer Dicke  $D = 30$  cm, die bis zu einem Winkel  $\vartheta_{\max} = 35^\circ$  von dem Wasserspalt bedeckt ist. Die Dichte von Granit beträgt  $\rho_{\text{Granit}} = 2,75 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  und für die Viskosität von Wasser können Sie den Wert  $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$  annehmen. Die Rate, mit der Wasser in den Spalt strömt, beträgt  $Q = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

- 2.c) Berechnen Sie mit den gegebenen Werten die Spaltbreite  $h$  sowie den Überdruck  $p(0) - p_0$  an der Wassereinlassstelle. (7 Pkt.)
- 2.d) Begründen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse, dass die Druckdifferenz in radialer Richtung und der Schweredruck des Wassers in diesem Fall tatsächlich sehr klein gegen den Überdruck an der Wassereinlassstelle sind und die Vernachlässigung dieser Beiträge daher zulässig war. (5 Pkt.)

### Aufgabe 3 Experimentelle Aufgabe - Interferenzversuche

**(21+19 Pkt.)**

In dieser Aufgabe dreht sich alles um die Interferenz von Lichtwellen. Sie sollen zuerst die Wellenlänge des von einem Laserpointer emittierten Lichtes und anschließend die Dicke von Haaren bestimmen.

Neben dem mit diesen Aufgaben verschickten IPhO-Lineal können Sie die folgenden Materialien zum Experimentieren verwenden: einen Laserpointer, Lineal(e), ein Metermaß und andere haushaltstypische Dinge. Sollten Sie keinen Laserpointer besitzen, können Sie sicher in der Schule einen ausleihen.

**Achtung!** Blicken Sie auf keinen Fall in den Laserstrahl und richten Sie ihn auch nicht auf andere Personen!

#### 3.1 Bestimmung der Wellenlänge des Laserpointers

Lassen Sie das Licht des Laserpointers unter einem flachen Winkel auf die Millimeterskala des IPhO-Lineals fallen. Wenn Sie die Anordnung geschickt einstellen, können Sie an einer Wand, auf die das Licht fällt, ein Interferenzmuster mit abwechselnden hellen und dunklen Bereichen beobachten.

- 3.a) Erklären Sie, wie dieses Interferenzmuster zustande kommt und leiten Sie einen Ausdruck ab, der die Wellenlänge  $\lambda$  des vom Laser emittierten Lichtes mit den im Interferenzmuster beobachtbaren Beugungsordnungen sowie anderen messbaren bzw. bekannten Größen in Beziehung setzt. (7 Pkt.)
- 3.b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Lineals und des hergeleiteten Zusammenhanges experimentell die Wellenlänge des verwendeten Laserlichtes. Vergleichen Sie die ermittelte Wellenlänge entweder mit der vom Hersteller angegebenen Wellenlänge oder mit dem aufgrund der Farbe des Lichtes zu erwartenden Wert. (14 Pkt.)

Sie können dabei annehmen, dass der Abstand der mm-Markierungen auf dem Lineal 1,00 mm beträgt.

#### 3.2 Bestimmung der Dicke von Haaren

Überreden Sie Freunde und Bekannte, Ihnen ein paar ihrer Kopfhaare für das folgende Experiment zur Verfügung zu stellen<sup>1</sup>. Lassen Sie das Licht des Laserpointers auf ein leicht gespanntes Haar fallen. Auf einem in einiger Entfernung stehenden Schirm oder einer Wand können Sie nun erneut ein Interferenzmuster beobachten. Allerdings sieht es dieses Mal ein wenig anders aus. Da Sie nun die Wellenlänge des Laserlichtes kennen, können Sie aus dem Interferenzmuster auf die Dicke des verwendeten Haares schließen.

- 3.c) Erklären Sie, wie das Interferenzmuster in diesem Fall zustande kommt und leiten Sie nun einen Ausdruck ab, der die Wellenlänge  $\lambda$  des vom Laser emittierten Lichtes mit den im Interferenzmuster beobachtbaren Beugungsordnungen, der Dicke des Haares sowie anderen messbaren Größen in Beziehung setzt. (5 Pkt.)
- 3.d) Bestimmen Sie mit Hilfe des hergeleiteten Zusammenhanges experimentell die Dicke von mindestens drei unterschiedlichen menschlichen Haaren. (14 Pkt.)

#### Allgemeine Hinweise zur experimentellen Aufgabe

- Beschreiben und dokumentieren Sie Ihr Vorgehen so ausführlich, dass jeder Schritt gut nachvollziehbar ist. Skizzieren Sie insbesondere Ihre Versuchsaufbauten.
- Führen Sie alle Ihre Versuche so durch, dass die Ergebnisse so genau wie möglich sind.
- Schätzen Sie außerdem die Fehler aller Ergebnisse sinnvoll ab.

<sup>1</sup>Evtl. hilft es, wenn Sie darauf hinweisen, dass es für einen wissenschaftlichen Zweck ist.